

# 数学II 練習問題プリント

答え付き・無料・印刷OK

## 【問題】

### 指数・対数

問1  $8^{2/3}$  を計算せよ。

問2  $\log_2 32 + \log_2 (1/4)$  の値を求めよ。

問3  $\log_3 5$  を底10の対数で表せ。

問4  $\log_2 x + \log_2 (x+2) = 3$  を解け。

問5  $3^x = 20$  のとき、 $x$  を常用対数で表せ。

### 三角関数

問6 加法定理を用いて  $\cos 15^\circ$  の値を求めよ。

問7  $\sin 2\theta + \cos \theta = 0$  を  $0 \leq \theta < 2\pi$  で解け。

問8  $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$  であることを示せ（証明）。

問9  $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$  の最大値を求めよ。

問10  $0 \leq \theta \leq \pi$  で  $\sin 2\theta = \sin \theta$  を解け。

### 微分・積分

問11  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  の極値をすべて求めよ。

問12 曲線  $y = x^3 - 3x$  の点  $(2, 2)$  における接線の方程式を求めよ。

問13  $\int (3x^2 - 2x + 1) dx$  を計算せよ。

問14  $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$  を計算せよ。

問15  $y = x^2$  と  $y = 2x$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

問16  $y = x^2$  と  $y = -x^2 + 2$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

### 式と証明

問17  $(x+2)^5$  を二項定理で展開せよ。

問18  $(2x-y)^6$  の  $x^4 y^2$  の係数を求めよ。

問19  $x > 0$  のとき  $x + 4/x$  の最小値を求めよ。

問20  $a > 0, b > 0, a + b = 1$  のとき  $ab$  の最大値を求めよ。

## 【解答】

## 指数・対数

問1  $8^{2/3}=(8^{1/3})^2=2^2=4$ 。

問2  $\log_2 32=5$ 、 $\log_2(1/4)=-2$ 。和=3。

問3 換底公式  $\log_3 5=\log_{10} 5/\log_{10} 3$ 。

問4  $\log_2(x(x+2))=3 \rightarrow x(x+2)=8 \rightarrow x^2+2x-8=0 \rightarrow (x-2)(x+4)=0$ 。  $x>0$ より  $x=2$ 。

問5  $x=\log_{10} 20/\log_{10} 3 \approx 2.73$ 。

## 三角関数

問6  $\cos 15^\circ=\cos(45^\circ-30^\circ)=\cos 45^\circ \cos 30^\circ+\sin 45^\circ \sin 30^\circ=(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$ 。

問7  $2\sin\theta\cos\theta+\cos\theta=0 \rightarrow \cos\theta(2\sin\theta+1)=0$ 。  $\cos\theta=0$ で  $\theta=\pi/2, 3\pi/2$ 。  $\sin\theta=-1/2$ で  $\theta=7\pi/6, 11\pi/6$ 。

問8 加法定理  $\cos(\theta+\theta)=\cos\theta\cos\theta-\sin\theta\sin\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$ 。  $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ で変形すれば3つの形すべて出る。

問9 合成  $y=2\sin(\theta+60^\circ)$ 。最大値2 ( $\theta=30^\circ$ のとき)。

問10  $2\sin\theta\cos\theta=\sin\theta \rightarrow \sin\theta(2\cos\theta-1)=0 \rightarrow \sin\theta=0$  または  $\cos\theta=1/2 \rightarrow \theta=0, \pi/3, \pi$ 。

## 微分・積分

問11  $f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$ 。  $x=1$ で極大値5、 $x=3$ で極小値1。

問12  $f'(x)=3x^2-3$ 、 $f(2)=9$ 。接線  $y=9(x-2)+2=9x-16$ 。

問13  $x^3-x^2+x+C$ 。

問14  $[x^3/3+x]_0^2=8/3+2=14/3$ 。

問15 交点  $x=0, 2$ 。  $S=\int_0^2(2x-x^2)dx=[x^2-x^3/3]_0^2=4-8/3=4/3$ 。  $1/6$  公式で  $(2-0)^3/6=4/3$ 。

問16 交点  $x^2=-x^2+2 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm 1$ 。  $S=\int_{-1}^1((-x^2+2)-x^2)dx=\int_{-1}^1(2-2x^2)dx=[2x-2x^3/3]_{-1}^1=8/3$ 。

## 式と証明

問17  $x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$ 。

問18  ${}_6C_2 \cdot (2x)^4 \cdot (-y)^2=15 \cdot 16 \cdot 1=240$ 。

問19 相加・相乗  $x+4/x \geq 2\sqrt{4}=4$ 。等号  $x=2$  のとき最小値4。

問20 相加・相乗  $(a+b)/2 \geq \sqrt{ab} \rightarrow 1/2 \geq \sqrt{ab} \rightarrow ab \leq 1/4$ 。等号  $a=b=1/2$  で最大値  $1/4$ 。